



TITLE:

# 回転一様剪断乱流中の基本渦構造 (乱流の統計性質と構造に基づくその 動力学的記述)

AUTHOR(S):

柳瀬, 眞一郎; 田中, 満; 木田, 重雄; 河原, 源太

---

CITATION:

柳瀬, 眞一郎 ...[et al]. 回転一様剪断乱流中の基本渦構造 (乱流の統計性質と構造に基づくその動力学的記述). 数理解析研究所講究録 2000, 1141: 54-68

ISSUE DATE:

2000-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/63875>

RIGHT:

## 回転一様剪断乱流中の基本渦構造

岡大工 柳瀬 眞一郎 (Shinichiro Yanase)

京都工繊大工芸 田中 満 (Mitsuru Tanaka)

核融合研 木田 重雄 (Shigeo Kida)

愛媛大工 河原 源太 (Genta Kawahara)

### 1 序論

系の一様回転が乱流に与える影響は、慣性波、流れの2次元化、系の一様回転ベクトル方向へ伸びた渦管の形成、ロスビー波、等々の多様な興味深い現象として現れる (Greenspan 1968). この問題は相当長い間研究されてきたが、顕著な学問的進歩がなされたのはそれほど古いことではない. その中でも、波数空間での非線形エネルギー輸送の観点から2次元化の機構が解明され始めたのは特筆すべき事柄であろう (Cambon et al. 1997, Tanaka et al. 1998). また、回転乱流中の渦構造の時間発展に対して、渦管の方向と、背景絶対渦度の方向の相対的な関係が重要であることが認識されてきた点にも注意しなければならない (Lesieur et al. 1991, Métais et al. 1995). 渦管はその管軸方向の渦度ベクトルが背景の絶対渦度 (系の一様回転に伴う渦度と一様剪断流に伴う渦度の和) と鋭角をなすときサイクロニック渦、鈍角をなすときアンチサイクロニック渦と呼ばれる. サイクロニック渦は2次元的な構造を維持するケースが多いが、アンチサイクロニック渦はしばしば構造が3次元的となり、最後には崩壊することがある.

サイクロニック系、アンチサイクロニック系という呼び方はサイクロニック渦やアンチサイクロニック渦とは区別して用いなければならない (Tanaka et al. 1998). 系の回転ベクトルと一様剪断流に伴う渦度ベクトルが平行なら、その系はサイクロニック系であると言われる. 一方、反平行なら、アンチサイクロニック系と呼ばれる. 剪断ロスビー数  $Ro^{(S)}$  はサイクロニック系に対しては正で、アンチサイクロニック系に対しては負である.

おそらく回転乱流で最もおもしろい現象のひとつは、非回転乱流では見られない秩序構造の形成であろう. 回転チャンネル流ではプレッシャー側 (平均流の持つ渦度と一様回転の渦度の方向が逆になる領域) に活発な縦渦構造が生成される. この現象は DNS により可視化された (Lamballais et al. 1996). 回転境界層では、Wattmuff et al. (1985) が秩序的な縦渦構造を実験的に観測した. 回転自由剪断乱流では DNS (Métais et al. 1995) によりアンチサイクロニック系に対して縦渦管の集合が発生することが示された. 回転一様剪断流では同様な縦渦構造が剪断ロスビー数  $Ro^{(S)} = -1$  (式 (18)) の場合に DNS によって見つけられている (Tanaka 1994, Tanaka et al. 1998).

これらの秩序渦構造が発生するときは常に、局所ロスビー数  $Ro^{(l)}$  が  $-1$  に近づくのは特に注目すべき興味深い点である. このとき、局所的に絶対渦度がゼロとなる. 回転自由剪断乱流に対する DNS によれば、局所ロスビー数が  $-1$  に近づき (Métais 1996)、一様剪断流では絶対渦度がゼロ ( $Ro^{(S)} = -1$ ) の場合に  $Ro^{(l)}$  は  $-1$  を中心にして変化する. 絶対渦度が近似的にゼロの乱流場は、回転チャンネル流に対して Johnston et al. (1972)

と Nakabayashi & Kitoh (1996) により実験的に, Kristoffersen & Andersson (1993) によって数值的に, また回転平面クエット流に対しては Bech & Andersson (1997) により DNS で解析された. ごく最近, Tanaka et al.(1999) は, 剪断方向に周期的な変形を受けた回転一様剪断流が絶対渦度ゼロ状態へ接近することを DNS によって示した.

回転剪断流中の秩序渦構造の根源的な誘因は, アンチサイクロニック系で見られるシア・コリオリ不安定性であることが最近の研究から予想される (Yanase et al.1993). その最も不安定な固有値に対応するモードの空間形は絶対渦度ゼロ状態で見られる渦管に近い形であるが, 線形安定性で最も不安定となる  $Ro^{(S)} = -2$  は絶対渦度ゼロ状態ではない. 絶対渦度ゼロ状態は中立安定である. 従って, 現在の時点では, 絶対渦度ゼロ状態で実現される秩序構造がどのように線形さらに非線形発展し維持されているか, さらに  $Ro^{(S)}$  や  $Ro^{(I)}$  が変化したとき構造がどのように変化するかはよく理解されていない.

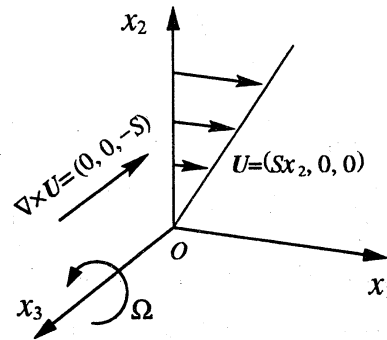


図 2.1 回転座標系と一様剪断流.

## 2 定式化

角速度  $\Omega$  で回転する系における一様な密度 (1 とする) の粘性流体の運動は, 連続の式,

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0, \quad (1)$$

とナビエ・ストークス方程式,

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u}^* + [(\mathbf{u}^* - \Omega \times \mathbf{x}) \cdot \nabla] \mathbf{u}^* = \mathbf{u}^* \times \Omega - \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^*, \quad (2)$$

または渦度方程式,

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\omega}^* + [(\mathbf{u}^* - \Omega \times \mathbf{x}) \cdot \nabla] \boldsymbol{\omega}^* = \boldsymbol{\omega}^* \times \Omega + (\boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega}^* \quad (3)$$

で記述される. ここで,  $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t)$  は静止座標系に相対的な速度,  $\boldsymbol{\omega}^* = \nabla \times \mathbf{u}^*$  は絶対渦度,  $p$  は圧力,  $\mathbf{x}$  は位置ベクトルである. 角速度  $\Omega$  で回転する回転座標系に相対的な速度場は  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^* - \Omega \times \mathbf{x}$  で, 渦度場は  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} (= \boldsymbol{\omega}^* - 2\Omega)$  となる. これらの変数を用いると 式 (1)–(3) は, それぞれ,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = 2\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega} - \nabla[p - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})^2] + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\omega} + 2 \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Omega} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} = [(\boldsymbol{\omega} + 2\boldsymbol{\Omega}) \cdot \nabla] \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (6)$$

と書き直される.

系の回転角速度ベクトルは静止座標系の  $x_3^*$  軸方向を向いているとする (図 2.1 参照). この系  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  を回転座標系と呼ぶ.  $x_3$  軸と  $x_3^*$  軸は一致している. 回転角速度は一定,  $\boldsymbol{\Omega} \equiv \boldsymbol{\Omega}^R = (0, 0, \Omega^R)$  と仮定する. 回転座標系において,  $x_2$  方向に速度が一定の割合で変化し  $x_1$  方向へ流れる一様な剪断流  $\mathbf{U} = (Sx_2, 0, 0)$  (ただし  $S > 0$ ) が存在するとする. 速度場を  $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$ , 渦度場を  $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, -S) + \boldsymbol{\omega}'$  と分解する. ここで  $\mathbf{u}'$  と  $\boldsymbol{\omega}'$  はそれぞれ変動速度場と変動渦度場である. 方程式 (4)–(6) より,  $u'_i$  と  $\omega'_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の時間発展は,

$$\frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + Sx_2 \frac{\partial u'_i}{\partial x_1} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -Su'_2 \delta_{i1} + f \epsilon_{ij3} u'_j - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \omega'_i}{\partial t} + Sx_2 \frac{\partial \omega'_i}{\partial x_1} + u'_j \frac{\partial \omega'_i}{\partial x_j} = S\omega'_2 \delta_{i1} + (f - S) \frac{\partial u'_i}{\partial x_3} + \omega'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \omega'_i}{\partial x_j^2} \quad (9)$$

となる. ここで  $p'$  は変動圧力,  $\nu$  は動粘性係数,  $f = 2\Omega^R$  はコリオリパラメーターである. 回転剪断乱流中での秩序構造が  $x_1$  方向に長く伸びていることはよく知られている. そこで, 流れが  $x_1$  方向に一様であると仮定すると, 方程式 (8), (9) は,

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -Su'_2 \delta_{i1} + f \epsilon_{ij3} u'_j - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \omega'_i}{\partial t} + u'_j \frac{\partial \omega'_i}{\partial x_j} = S\omega'_2 \delta_{i1} + (f - S) \frac{\partial u'_i}{\partial x_3} + \omega'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \omega'_i}{\partial x_j^2} \quad (11)$$

となる. 一様剪断流による対流項  $Sx_2 \partial u'_i / \partial x_1$  と  $Sx_2 \partial \omega'_i / \partial x_1$  が完全に消滅している. この系の大きな特徴は, 背景絶対渦度がゼロ, すなわち  $f = S$  のとき, 変動速度場の流れ方向成分  $u'_1$  の生成が全くなくなることである.

方程式系 (10), (11) は厳密な意味では 2 次元的不是に注意する. 一様剪断流の影響下で  $x_1$  方向の速度場と渦度が生成されるため, 変動速度と変動渦度の 3 成分はどれも恒等的にゼロではない. たとえ  $f = S$  であっても,  $\omega'_1$  は式 (11) の右辺第 1 項により  $\omega'_2$  から生成される. この生成過程は 3 次元場における秩序構造維持機構として重要であることが §3.2 で示される. すなわち, 式 (10), (11) で記述される準 2 次元乱流は回転乱流中の渦力学の重要な要素を保っている. 実際, この系は, Tanaka et al. (1999) によって, 剪断方向に周期的な変形を受けた回転一様流が, 絶対渦度ゼロ状態に近づくことを示すときに用いられた.

この系は、3つの重要な無次元パラメーターを含んでいる。ひとつはテイラー長レイノルズ数で、

$$R_\lambda(t) = \frac{u_{rms}(t)\lambda(t)}{\nu} \quad (12)$$

と定義される。ここで、

$$\lambda(t) = \frac{u_{rms}(t)}{\omega_{rms}(t)} \quad (13)$$

はテイラー長、 $u_{rms}(t)$  と  $\omega_{rms}(t)$  はそれぞれ平均変動速度と変動渦度、

$$u_{rms}(t) = \sqrt{u'_i(t)^2}, \quad \omega_{rms}(t) = \sqrt{\omega'_i(t)^2} \quad (14)$$

である (上線はアンサンブル平均を示す)。他の2つは剪断ロスビー数、

$$Ro^{(S)} = -\frac{S}{f}, \quad (15)$$

と局所ロスビー数、

$$Ro^{(l)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{S - \omega'_3}{f} \quad (16)$$

である。もし変動場が一様なら  $\overline{Ro^{(l)}(\mathbf{x}, t)} = Ro^{(S)}$  が成り立つ。剪断ロスビー数は系の一樣回転に伴う渦度と一樣剪断に伴う渦度の比で、局所ロスビー数は変動場によって乱された剪断ロスビー数の局所値である。 $Ro^{(S)}$  の符号の正負に従い、流れはサイクロニック系 ( $Ro^{(S)} > 0$ ) またはアンチサイクロニック系 ( $Ro^{(S)} < 0$ ) と呼ばれる。 $|Ro^{(S)}| = \infty$  は系の一樣回転がない場合で、非回転系と呼ばれる。一樣回転系における一樣剪断流の線形安定性解析の結果によれば、 $-\infty < Ro^{(S)} < -1$  に対するアンチサイクロニック系は  $x_3$  方向に短い波長の微小攪乱に対して不安定で、最も不安定な攪乱は波長がゼロである。これはシア・コリオリ不安定性と呼ばれる (Yanase et al. 1993)。これに対し、 $Ro^{(S)} > -1$  の場合は、サイクロニック系もアンチサイクロニック系も安定である。また、 $Ro^{(S)} = -1$  のアンチサイクロニック系は中立安定である。これを中立系または絶対渦度ゼロ系と呼ぶ。

### 3 数値計算の結果と渦度場の生成機構

回転系における一樣剪断乱流の渦構造を調べるために、方程式 (9) の数値シミュレーションを行った。数値計算は、一樣剪断流によって移流される座標系で、フーリエスペクトル/ルンゲクッタ法を採用した (Kida & Tanaka, 1994)。速度場の初期条件は、

$$E(k) = c k^4 \exp[-2k^2/k_0^2] \quad (17)$$

なるエネルギースペクトルをもつようなフーリエ係数に乱雑位相を与えて設定した。ここで  $c$  は規格化因子、 $k_0$  はエネルギースペクトルが最大となる波数である。パラメーター  $c$ ,  $k_0$ ,  $S$  と初期レイノルズ数  $R_\lambda(0)$  を固定し、 $f$  のいろいろな場合に対して計算を行った (表 1 参照)。なお  $B = f(f - S)/S^2$  は Bradshaw 数である。時間は  $\omega_{rms}(0)$  により無次元化した。今回の計算では  $c = \frac{128}{15} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k_0^{-7}$  ととったため  $\omega_{rms}(0) = 1$  となる。

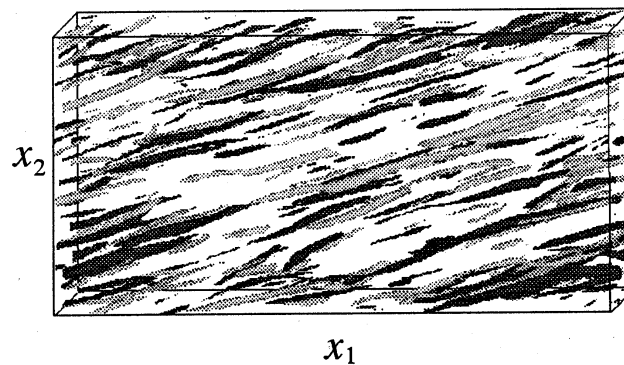
表 1. 数値計算で用いたパラメータ.

$R_\lambda(0)$	grids (box-size)	$k_0$	$S$	$f$	$Ro^{(S)}$	$B$
16	$128^3$ $(4\pi \times 2\pi^2)$	6.83	1	1	-1	0
				0.9	1.11	-0.09
				1.1	0.91	0.11

### 3.1 秩序構造の形成

図 3.1 は絶対渦度ゼロ系 ( $Ro^{(S)} = -1, f = 1$ ) の場合の時刻  $St = 8$  における変動渦度強度の大きな領域 ( $\omega' \geq 3.5S$ ) を示す. 濃灰色領域は  $\omega'_1 > 0$  で, 淡灰色領域は  $\omega'_1 < 0$  に対応する. 図は  $2\pi \times \pi \times \pi$  の直方体計算領域を (a)  $x_2$  方向からと (b)  $x_3$  方向から眺めている.

(a)



(b)

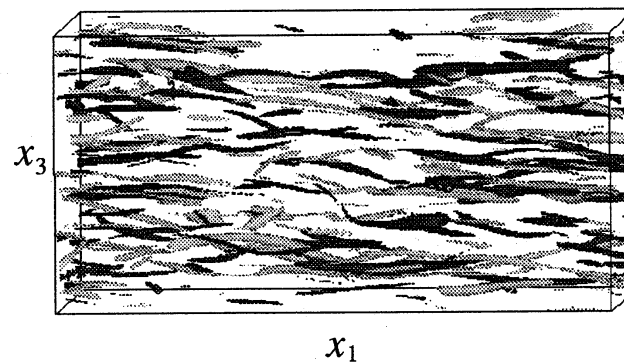


図 3.1  $Ro^{(S)} = -1$  で  $St = 8$  における変動渦度の強い領域.

変動渦度場に秩序構造が明瞭に見られる. 全ての渦管が  $x_1$  方向から  $x_2$  方向へ  $10^\circ \sim 30^\circ$  傾いている. 渦管の方向は平均的に見るとスパン方向に縦方向から偏っていない. それに対して, 非回転系の剪断流中ではサイクロニック渦が優勢であることに注意する (Kawahara et al. 1997).

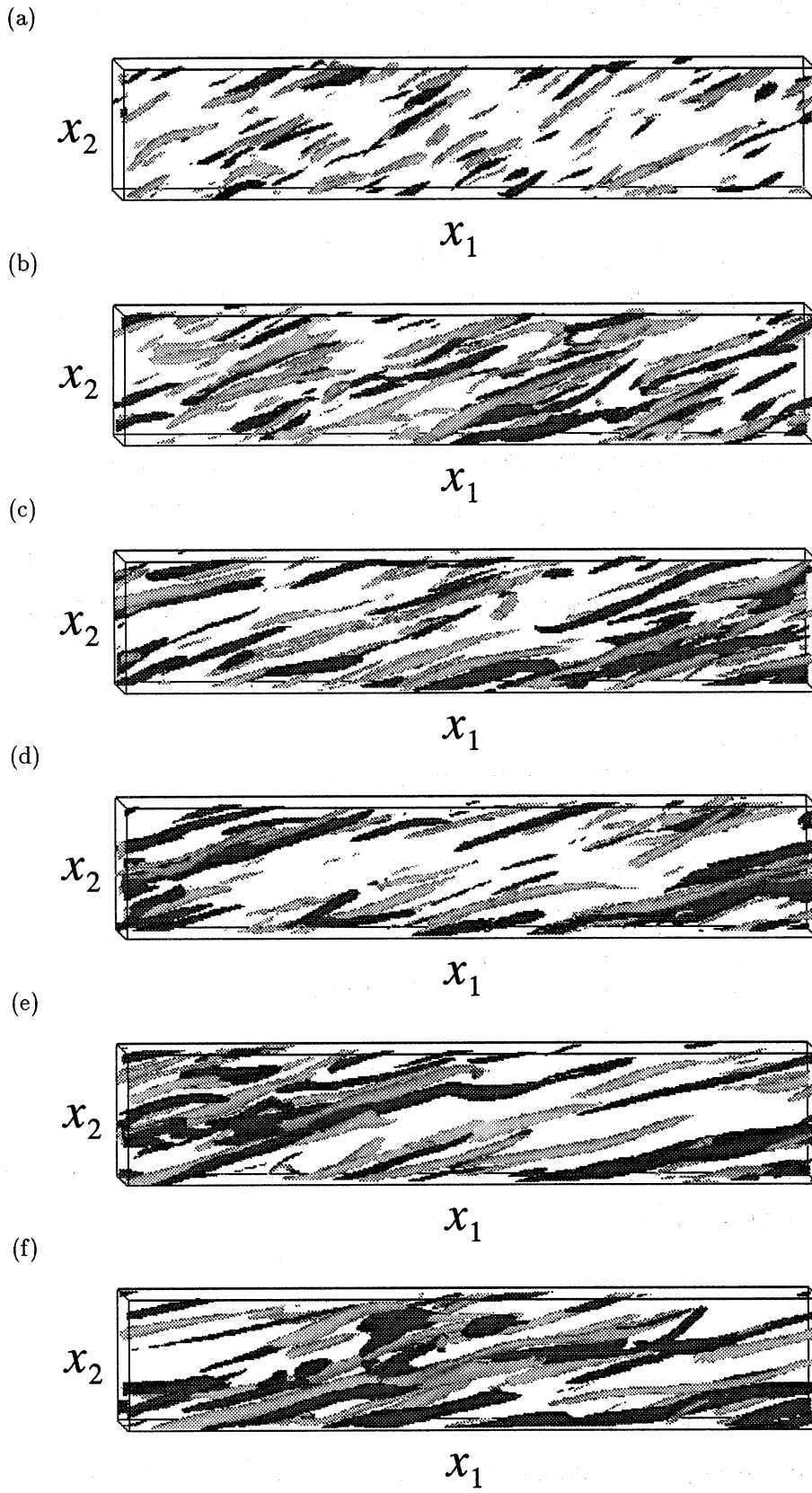


図 3.2  $Ro^{(S)} = -1$  における渦度場の時間発展. (a)  $St = 2$ , (b) 4, (c) 6, (d) 8, (e) 10, (f) 12.

この秩序構造の形成過程は図 3.2 に示すような渦度場の時間発展によってたどることができる。これは、直方体の計算領域  $(0, 4\pi) \times (0, \frac{3}{4}\pi) \times (0, \frac{3}{4}\pi)$  における渦度強度の等値面を  $x_3$  方向から見たものである。等値面の渦度強度は全ての図で  $\omega_{rms} = 2.8S$  で、濃灰色と淡灰色の意味は図 3.1 と同じである。渦構造の時間発展を (a)  $St = 2$  から (f) 12 までたどると、初期の乱雑場が縦渦構造に発達していく様子が見られる。

漸近状態へ近づく様子は、渦管の傾き角を調べるとよくわかる。図 3.3 に、 $x_1$  方向からの傾き角の平均の時間発展を示す。実線は  $\omega'_1$  と  $\omega'_2$  の結合確率分布の 2 次モーメントに等価な楕円の長軸の  $x_1$  方向からの傾き角

$$\theta_{\omega\omega} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2 \langle \omega_1 \omega_2 \rangle}{\langle \omega_1^2 \rangle - \langle \omega_2^2 \rangle} \right) \quad (18)$$

を表す。ここで、 $\langle \rangle$  は計算領域全体における平均である。黒点は  $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} - \langle \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} \rangle$  の自己相関関数を  $Q_{12}(\mathbf{r})$  としたとき、 $Q_{12}(\mathbf{r}) \leq c$  (ここでは  $c = 1/8$  とする) の領域に対応する慣性テンソル  $I_{ij} = \int_V r_i r_j dV$  から式 (18) と同様にして導いた (Kida & Tanaka 1994)。 $\theta_{\omega\omega}$  は渦度ベクトルの最も頻度の高い方向、 $\theta_{1,2}$  は渦構造の平均的な傾きを表す。両者は大変よく一致している。角度は単調に減少し、 $St \geq 10$  では漸近値  $15^\circ$  に落ち着いているように見える。ただしこの漸近値は初期レイノルズ数  $R_\lambda(0)$  とともに増加する。

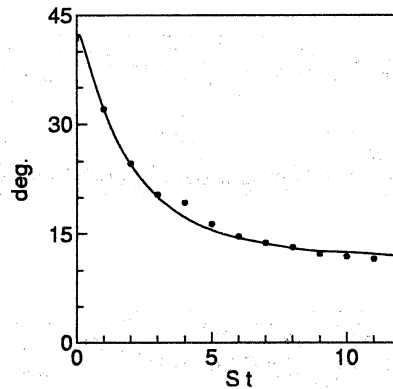


図 3.3 秩序構造を形作る渦管の  $x_1$  方向からの傾き角の時間発展。実線は渦度ベクトルの最頻方向  $\theta_{\omega\omega}$ 、黒点は渦構造の  $x_1$  方向からの傾角  $\theta_{1,2}$  を示す。

### 3.2 構造の繰り返し形成機構

#### 3.2.1 渦形成の統計的解析

傾いた渦構造の形成維持機構を調べるため、平均絶対渦度ゼロ状態に対する方程式 (8), (9) の各項を書き出してみる。まず、 $u'_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の時間発展は、

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2 \right) u'_1 = -Sx_2 \frac{\partial u'_1}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) u'_1 - \frac{\partial p'}{\partial x_1}, \quad (19)$$



$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) u'_2 = -Sx_2 \frac{\partial u'_2}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) u'_2 - Su'_1 - \frac{\partial p'}{\partial x_2}, \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) u'_3 = -Sx_2 \frac{\partial u'_3}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) u'_3 - \frac{\partial p'}{\partial x_3} \quad (21)$$

で記述される. 系の回転の影響を表すコリオリ力の影響は,  $u'_1$  に対する方程式では一様剪断流による  $x_2$  方向へ運動する流体粒子の  $x_1$  方向への加速効果と完全に相殺している. これに対して,  $u'_2$  の方程式 (20) では, 右辺第3項がコリオリ項で, 流体粒子が  $x_1$  の正方向へ動いているとき  $x_2$  の負方向への力として働き, 負方向へ動いているときは  $x_2$  の正方向への力として働く.

次に,  $\omega'_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の時間発展は,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) \omega'_1 = -Sx_2 \frac{\partial \omega'_1}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega'_1 + S\omega'_2 + \omega'_1 \frac{\partial u'_1}{\partial x_1} - \frac{\partial u'_3}{\partial x_1} \frac{\partial u'_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u'_2}{\partial x_1} \frac{\partial u'_1}{\partial x_3}, \quad (22)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) \omega'_2 = -Sx_2 \frac{\partial \omega'_2}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega'_2 + \frac{\partial u'_3}{\partial x_2} \frac{\partial u'_2}{\partial x_1} + \omega'_2 \frac{\partial u'_2}{\partial x_2} - \frac{\partial u'_1}{\partial x_2} \frac{\partial u'_2}{\partial x_3}, \quad (23)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \nabla^2\right) \omega'_3 = -Sx_2 \frac{\partial \omega'_3}{\partial x_1} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \omega'_3 - \frac{\partial u'_2}{\partial x_3} \frac{\partial u'_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u'_1}{\partial x_3} \frac{\partial u'_3}{\partial x_2} + \omega'_3 \frac{\partial u'_3}{\partial x_3} \quad (24)$$

で支配される.

$\omega'_1, \omega'_2, \omega'_3$  の生成を調べるため, 方程式 (22)–(24) において  $\langle \omega_1'^2 \rangle, \langle \omega_1' \omega_2' \rangle, \langle \omega_2'^2 \rangle, \langle \omega_3'^2 \rangle$  の生成率を計算した. その結果を表 2(a), (b), (c), (d) に示す. 表 2(a), (b) から  $\langle \omega_1'^2 \rangle$  の生成は項  $S\omega_1' \omega_2'$  によって支配され,  $\langle \omega_1' \omega_2' \rangle$  の生成は項  $S\omega_2'^2$  によって支配されていることがわかる. 両方とも一様剪断流の関係する項  $S\omega_2'$  の働きによっている. これから流れ方向渦度  $\omega_1'$  は一様剪断流の下, 鉛直方向渦度  $\omega_2'$  からの変向によって生成されといえる. 表 2(c) によれば  $\langle \omega_2'^2 \rangle$  の生成に対して項  $-\omega_2' \partial u_1' / \partial x_2 \partial u_2' / \partial x_3$  が大きな比重を持っている. これから鉛直方向渦度  $\omega_2'$  は主にスパン方向渦度  $\omega_3'$  から生成されることがわかる. しかし時間がたつにつれ, 伸張項  $\omega_2'^2 \partial u_2' / \partial x_2$  の寄与が変向項と同程度となる. 表 2(d) を見ると,  $\langle \omega_3'^2 \rangle$  の生成は伸張項  $\omega_3'^2 \partial u_3' / \partial x_3$  によって支配されている. 従って, 以下のようなシナリオを描くことができる. まず  $\omega_2'$  がスパン方向渦度の  $x_2$  方向への変向より生成される. 次に  $\omega_1'$  が一様剪断流の作用により  $\omega_2'$  から生成される. 相関  $\langle \omega_1' \omega_2' \rangle$  も同様の機構によって維持されることから, 渦度相関から式 (18) によって計算された秩序構造の傾角  $\theta_{\omega\omega}$  が同じ機構によって保たれていることが示される.

ところで, スパン方向渦度の生成が  $(x_1, x_2)$  面に関して対称的でないという興味深い現象が観測される. 図 3.4 に  $\partial u_1' / \partial x_2$  と  $-\omega_2' \partial u_1' / \partial x_2 \partial u_2' / \partial x_3$  の結合確率分布を示す.  $\partial u_1' / \partial x_2 > 0$  の領域での確率分布が大きいことから,  $\omega_2'^2$  は主にこの領域で生成されていることがわかる. コリオリ力の影響の下で, 正の  $x_1$  方向へ動く流体粒子は  $x_2$  の負方向へ移動し, 負の  $x_1$  方向へ動く流体粒子は  $x_2$  の正方向へ移動し, 負のスパン方向渦度が生成されるからである.

表 2(a).  $\langle \omega_1'^2 \rangle$  の生成への寄与.

$St$	$\langle S\omega_1'\omega_2' \rangle$	$\langle \omega_1'^2 \partial u_1' / \partial x_1 \rangle$	$-\langle \omega_1' \partial u_3' / \partial x_1 \partial u_1' / \partial x_2 \rangle$	$\langle \omega_1' \partial u_2' / \partial x_1 \partial u_1' / \partial x_3 \rangle$
4	0.3882	-0.0278	0.0142	0.0034
8	0.3021	-0.0223	0.0106	0.0009
12	0.2766	-0.0136	0.0060	-0.0021

表 2(b).  $\langle \omega_1' \omega_2' \rangle$  の生成への寄与.

$St$	$\langle S\omega_2'^2 \rangle$	$\langle \omega_1' \omega_2' \partial u_1' / \partial x_1 \rangle$	$-\langle \omega_2' \partial u_3' / \partial x_1 \partial u_1' / \partial x_2 \rangle$	$\langle \omega_2' \partial u_2' / \partial x_1 \partial u_1' / \partial x_3 \rangle$
4	0.1974	-0.0130	0.0035	-0.0042
8	0.1331	-0.0058	0.0026	-0.0043
12	0.1184	-0.0025	0.0016	-0.0058
		$\langle \omega_1' \partial u_3' / \partial x_2 \partial u_2' / \partial x_1 \rangle$	$\langle \omega_1' \omega_2' \partial u_2' / \partial x_2 \rangle$	$-\langle \omega_1' \partial u_1' / \partial x_2 \partial u_2' / \partial x_3 \rangle$
4		0.0167	-0.0172	0.0247
8		0.0017	0.0039	0.0187
12		0.0091	0.0025	0.0123

表 2(c).  $\langle \omega_2'^2 \rangle$  の生成への寄与.

$St$	$\langle \omega_2' \partial u_3' / \partial x_2 \partial u_2' / \partial x_1 \rangle$	$\langle \omega_2'^2 \partial u_2' / \partial x_2 \rangle$	$-\langle \omega_2' \partial u_1' / \partial x_2 \partial u_2' / \partial x_3 \rangle$
4	0.0170	0.0103	0.0340
8	0.0063	0.0149	0.0231
12	0.0047	0.0141	0.0211

表 2(d).  $\langle \omega_3'^2 \rangle$  の生成への寄与.

$St$	$-\langle \omega_3' \partial u_2' / \partial x_3 \partial u_3' / \partial x_1 \rangle$	$\langle \omega_3' \partial u_1' / \partial x_3 \partial u_3' / \partial x_2 \rangle$	$\langle \omega_3'^2 \partial u_3' / \partial x_3 \rangle$
4	0.0081	0.0087	0.0273
8	0.0073	0.0079	0.0176
12	0.0085	0.0056	0.0147

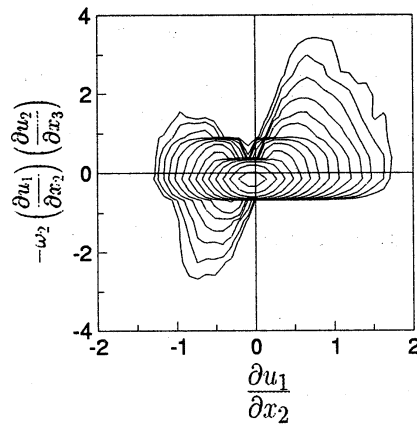


図 3.4 時刻  $St = 8$  における  $\partial u_1' / \partial x_2$  と  $-\omega_2' \partial u_1' / \partial x_2 \partial u_2' / \partial x_3$  の結合確率分布.

次に, Kawahara et al.(1997) で導入された角度  $\alpha, \beta$  を用いて渦度ベクトルの方向分布を調べてみよう.  $\alpha$  は  $x_1$  方向と渦度ベクトルのなす角度,  $\beta$  は  $(x_1, x_2)$  面が渦度ベクトルと  $x_1$  軸を含む面となす角度で,  $x_3$  の正方向を正とする. 領域  $0 \leq \alpha \leq \pi, -3\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2$  で平均的な渦度ベクトルの方向分布を計算した. 流れの対称性のため, 分布は  $(\alpha, \beta) = (\pi/2, -\pi/2)$  に関する反転に対して統計的に対称である.

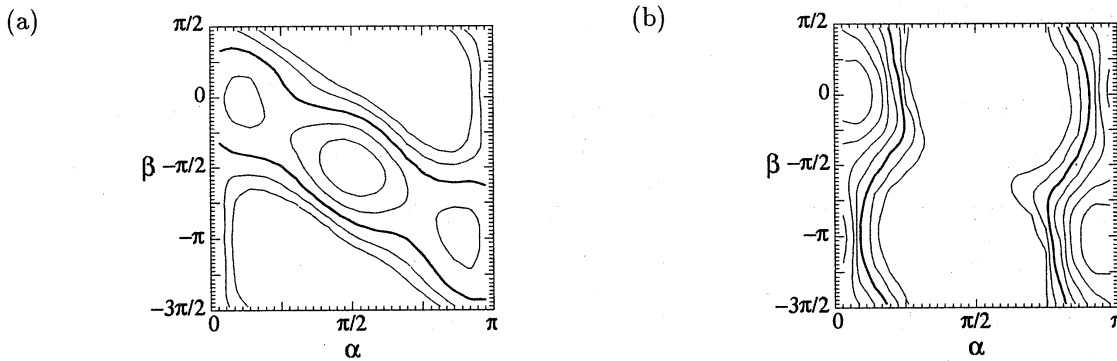


図 3.5 絶対エントロフィー  $\langle \omega^{*2} \rangle$  の  $St = 8$  における  $(\alpha, \beta)$  面上の強度分布. (a)  $Ro^{(S)} = \infty$ , (b)  $Ro^{(S)} = -1$ .

絶対渦度  $\omega^{*}$  による絶対エントロフィー  $\langle \omega^{*2} \rangle$  の  $(\alpha, \beta)$  面上の分布を図 3.5 に示す. ここで平均  $\langle \rangle$  は時刻  $St = 8$  におけるものである. 図 (a) は非回転系 ( $Ro^{(S)} = \infty$ ) に対するもので, 平均絶対渦度ゼロ状態の図 (b) との比較のために示した. 非回転系における  $\langle \omega^{*2} \rangle$  の  $\beta = -\pi/2$  近傍におけるピークは一様剪断流とサイクロニック渦からの寄与によっている. アンチサイクロニック渦からの寄与を表す  $\beta = \pi/2$  と  $-3\pi/2$  付近のピークは小さい.  $\beta = 0$  と  $\beta = -\pi$  付近の分布は  $x_1$  方向の渦に対応し, かなり大きな分布が存在する. これから非回転系ではスパン方向 ( $\alpha = \pi/2, \beta = -\pi/2$ ) に向けたサイクロニック渦が優勢で, 流れ方向渦 ( $(\alpha, \beta) = (0, 0), (\pi, -\pi)$ ) がそれに次いで優勢であることがわかる. 一方, 平均絶対渦度ゼロ系ではサイクロニック渦が優勢である様子は認められない. なお平均絶対渦度ゼロ状態では背景絶対渦度の方向を基準にしたサイクロニック渦, およびアンチサイクロニック渦に

よる分類は意味がなくなるが、ここでは仮に  $0 < \beta < \pi/2$ ,  $-3\pi/2 < \beta < -\pi$  の渦をアンチサイクロニック渦,  $-\pi < \beta < 0$  の渦をサイクロニック渦と呼んでおく. また平均絶対渦度ゼロ系では絶対渦度と相対渦度は一致する.  $\langle \omega^{*2} \rangle$  は主に  $\alpha = 0$  および  $\pi$  の領域に分布している. これは図 3.1 と 3.2 に見られるように縦渦が場を支配していることに対応している. しかし, 図 (b) の領域  $0 < \beta < \pi/2$  と領域  $-\pi/2 < \beta < 0$  での  $\langle \omega^{*2} \rangle$  の分布を比べてみると, やや領域  $-\pi/2 < \beta < 0$  へ偏っている. ここでは局所ロスビー数  $Ro^{(l)} < -1$  で, 一方, 領域  $0 < \beta < \pi/2$  では  $Ro^{(l)} > -1$  である. すなわち, 渦管の分布が  $(x_1, x_2)$  面に関して非対称で, シアー・コリオリ不安定性の意味で局所的に不安定な領域により多くの渦管が存在している. またこの領域では上で述べた仮の分類で渦管はサイクロニックである.

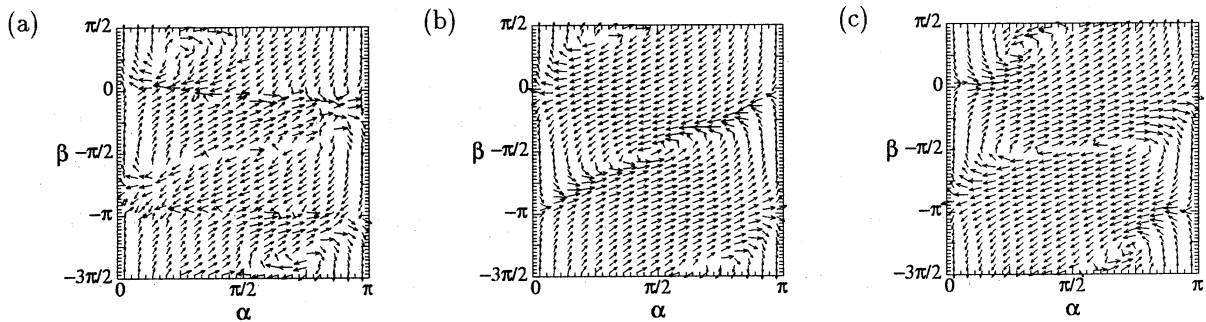


図 3.6 渦度ベクトルの時間発展方向分布. (a)  $\omega'_j \partial u'_i / \partial x_j$ ;  $Ro^{(S)} = -1$ , (b)  $(f - S) \partial u'_i / \partial x_3$ ;  $Ro^{(S)} = -0.9$ , (c)  $(f - S) \partial u'_i / \partial x_3$ ;  $Ro^{(S)} = -1.1$ .  $St = 8$ .

図 3.6(a) に平均絶対渦度ゼロ系に対して渦度の変向, 伸張項による渦度ベクトルの時間発展方向の分布を示す. これらは式 (9) の  $\omega'_j \partial u'_i / \partial x_j$  または, 式 (22)–(24) の右辺の最後の 3 つの項である. 矢印は渦度ベクトルの時間変化の方向を示す. 以下,  $-\pi/2 < \beta < \pi/2$  の領域に限定して説明する. 局所的に安定な領域  $Ro^{(l)} > -1$  ( $0 < \beta < \pi/2$ ) では  $\alpha$  も  $\beta$  も小さな値の領域へ変化している. 一方, 局所的に不安定な領域  $Ro^{(l)} < -1$  ( $-\pi/2 < \beta < 0$ ) では共に大きな値の領域へ変化している. これは, 主に局所的に不安定な領域で作られた渦度成分  $\omega'_2, \omega'_3$  が変向されて, 縦渦構造を形成していく様子を表している.

平均絶対渦度がゼロに近い系で, 周辺の絶対渦度を取り込む線形項の渦度の時間発展に対する寄与を調べてみると, 大変おもしろいことがわかる. 図 3.6(b) は式 (9) における項  $(f - S) \partial u'_i / \partial x_3$  の, 大局的にシアー・コリオリ不安定性に対して安定な系  $Ro^{(S)} = -0.9$  の場合の寄与を示す. また図 3.6(c) は大局的に不安定な系  $Ro^{(S)} = -1.1$  の場合の同じ項の寄与を示す. 局所的に不安定な領域では非線形項が大局的に不安定な系と同じように変化し, 局所的に安定な領域では大局的に安定な系と同様な変化を渦度ベクトルに与えることが明らかに見られる.

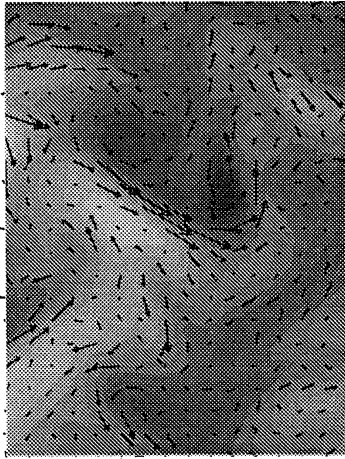
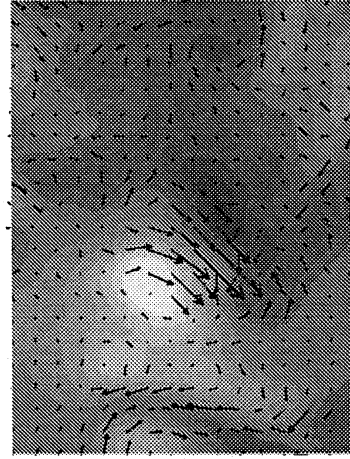
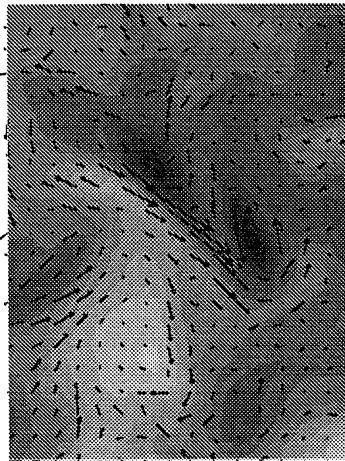
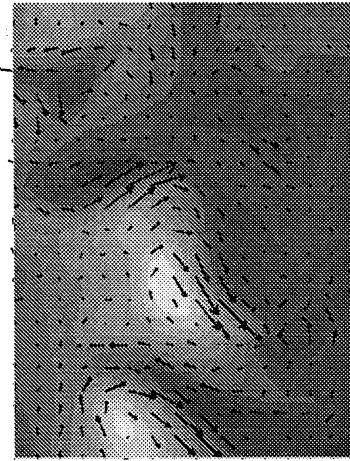
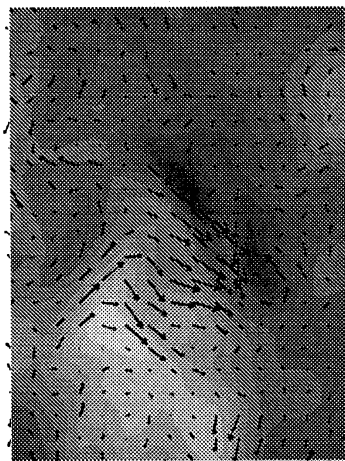
(a)  $St = 4$ (d)  $St = 7$ (b)  $St = 5$ (d)  $St = 8$ (c)  $St = 6$ 

図 3.7 主流方向速度  $u'_1$  と主流に垂直な渦度ベクトル ( $\omega'_2, \omega'_3$ ) の  $x_1 = 83 \sim 152$  断面上での分布. 暗部は  $u'_1 > 0$  で明部は  $u'_1 < 0$  を示す. (a)  $St = 4$ ;  $x_1 = 83$ , (b)  $St = 5$ ;  $x_1 = 101$ , (c)  $St = 6$ ;  $x_1 = 120$ , (d)  $St = 7$ ;  $x_1 = 138$ , (e)  $St = 8$ ;  $x_1 = 152$ .

### 3.2.2 渦管形成過程

物理空間における渦度形成過程を調べるため、主流に垂直な断面 ( $x_2, x_3$ ) 内において  $x_1$  方向の正負に動く流体塊を観察する。図 3.7 に  $u'_1$  の強度と断面内の渦度ベクトル ( $\omega'_2, \omega'_3$ ) を  $St = 4$  から 8 まで、断面  $x_1 = 83 \sim 152$  において描いた。暗い領域では  $u'_1 > 0$  で、明るい領域では  $u'_1 < 0$  である。 $x_1$  軸は紙面手前向き、 $x_2$  軸は上向き、 $x_3$  軸は右向きである。今注目している  $x_1$  の正または負方向に進む流体塊の運動に伴う接近現象を追うために断面は  $St = 4$  では  $x_1 = 83$ ,  $St = 8$  では  $x_1 = 152$  ととっている。式 (20) に関して説明したように、コリオリ効果のため、暗い領域には  $x_2$  の負方向の力が働き、明るい領域には  $x_2$  の正方向の力が働く。時間の経過につれ、暗い領域と明るい領域は接近し、両者の間に強い渦層ができる。次に、2つの領域は互いに回転し始め、それに伴って両者間の渦層はその向きを変える。

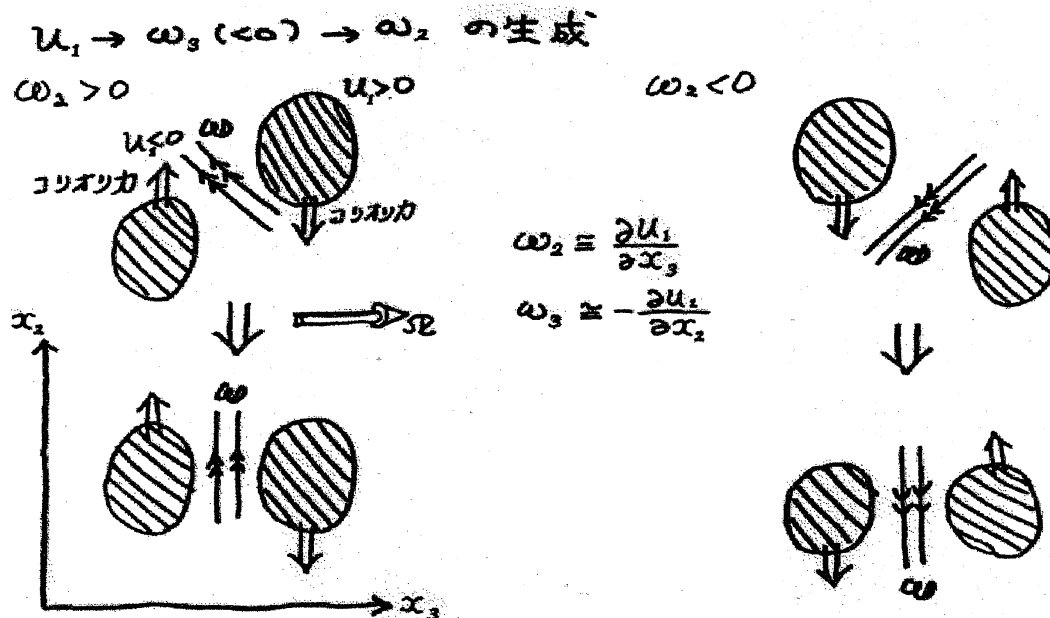


図 3.8  $u'_1 > 0$  と  $u'_1 < 0$  である流体塊の接近とそれによる渦度の生成のスケッチ。

図 3.8 はこの過程をスケッチしたものである。正負の  $u'_1$  をもつ流体塊の接近が最初に両者間にスパン方向の渦度を強め、次に鉛直方向の渦度を発生させることが明らかである。最後に鉛直方向渦度が一樣剪断流によって流れ方向に変向される。これが物理空間におけるスパン方向渦度と鉛直方向渦度の発生過程の説明である。§3.2.1 では渦管形成の機構をエンストロフィーの収支と平均的な渦度ベクトルの方向の時間発展に与える各項の影響からながめた。ここではこの機構が物理空間の**基本過程**から説明した。しかしまだ一つ問題点が残っている。それは流れ方向速度  $u'_1$  の生成を説明することであるが、これに関しては別に報告する予定である。

## 引用文献

- Bech, K.H. and Andersson, H.I.: Turbulent plane Couette flow subject to strong system rotation. *J. Fluid Mech.* 347 (1997) 289–314.
- Bradshaw, P.: The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.* 36 (1969) 177–191.
- Cambon, C., Mansour, N.N., and Godeferd F.S.: Energy transfer in rotating turbulence. *J. Fluid Mech.* 337 (1997) 303–332.
- Greenspan, H.P.: *The theory of rotating fluids*, Cambridge Univ. Press., Cambridge (1968).
- Johnston, J.P., Halleen, R.M. and Lezius, D.K.: Effects of spanwise rotation on the structure of two-dimensional fully developed turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* 56 (1972) 533–557.
- Kawahara, G., Kida, S., Tanaka, M. and Yanase, S.: Wrap, tilt and stretch of vorticity lines around a strong thin straight vortex tube in a simple shear flow. *J. Fluid Mech.* 353 (1997) 115–162.
- Kida, S. and Tanaka, M.: Dynamics of vortical structures in a homogeneous shear flow. *J. Fluid Mech.* 274 (1994) 43–68.
- Kida, S., Kawahara, G., Tanaka, M. and Yanase, S.: Vorticity dynamics around a straight vortex tube in a simple shear flow. *IUTAM Symposium on Dynamics of Slender Vortices*, eds. Krause, E. and Gersten, K., Kluwer Academic Pub. (1998), 173–183.
- Kristoffersen, R. and Andersson, H.I.: Direct simulations of low-Reynolds number turbulent flow in a rotating channel. *J. Fluid Mech.* 256 (1993) 163–197.
- Lamballais, E., Lesieur, M. and Métais, O.: Influence d’une rotation d’entraînement sur les tourbillons cohérents dans un canal. *C.R. Acad. Sci. Paris* 323, Série IIb (1996) 95–101.
- Lesieur, M., Yanase, S. and Métais, O.: Stabilizing and destabilizing effects of solid-body rotation upon quasi-two-dimensional shear layers. *Phys. Fluids* **A3**, (1991) 403–407.
- Métais, O., Flores, C., Yanase, S., Riley, J.J. and Lesieur, M.: Rotating free-shear flows. Part 2: Numerical simulations. *J. Fluid Mech.* 293 (1995) 47–80.
- Métais: Vortices in rotating and stratified turbulence. in *Theoretical and Applied Mechanics*, Elsevier Science, eds. T. Tatsumi et al. (1996) 87–103.
- Nakabayashi, K. and Kitoh, O.: Low Reynolds number fully developed two-dimensional turbulent channel flow with system rotation. *J. Fluid Mech.* 315 (1996) 1–29.

- Robinson, S.K., Kline, S.J. & Spalart, P.R. 1990 Quasi-Coherent Structures in the Turbulent Boundary Layer: Part II. Verification and New Information from a Numerically Simulated Flat-Plate Layer. in *Near-Wall Turbulence*. eds. S.J. Kline & N.H. Afgan 1988 Zoran Zarić Memorial Conference, Hemisphere Publ. Corp.
- Tanaka M.: Vortical structure in homogeneously sheared turbulence subjected to background rotation. *J. Phys. Soc. Japan* 63 (1994) 3914–3918.
- Tanaka M., Yanase, S., Kida, S. and Kawahara, G.: Vortical structures in rotating uniformly sheared turbulence. *Flow, Turbulence and Combustion* 60 (1998) 301–332.
- Tanaka M., Kida, S., Yanase, S. and Kawahara, G.: Zero-absolute-vorticity state in a rotating turbulent shear flow. (1999) submitted to *Phys. Fluids*.
- Watmuff, J.H., Witt, H.T. and Joubert, P.N.: Developing turbulent boundary layers with system rotation. *J. Fluid Mech.* 157 (1985) 405–448.
- Yanase, S., Flores, C., Métais, O. and Riley, J.J.: Rotating free-shear flows. Part 1: Linear stability analysis. *Phys. Fluids A* 5 (1993) 2725–2737.